Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Théme : Probabilités

Evénement indépendantes 1

Exercice :

Dans un lycée, on fait une expérience sur l'occupation de deux salles de permanence pendant une journée de cours .Notons les évènements :

A : « la première salle est occupée »

B : « la deuxième salle est occupée »

On sait que $p(A) = p(B)$, $p(A \cup B) = 0,9$ et $p(A \cap B) = 0,5$.

1°) a) Calculer p(A) et p(B).

b) Les évènements A et B sont-ils indépendants.

2°) Exprimer chacun de ces évènements à l'aide de A et B et calculer sa probabilité.

a) U : « la première salle est libre »

b) V : « Les deux salles sont libres »

c) W : « au moins l'une des salles est libre »

d) Y : « Une seule salle est libre » $(\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$

e) Z : « la deuxième salle est libre sachant que la première est occupée »

$p(\bar{B}/A)$

1) a) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

$\Rightarrow p(A \cup B) = 2p(A) - p(A \cap B)$

$\Rightarrow p(A) = \frac{1}{2}\left(p(A \cup B) + p(A \cap B)\right)$

$\Rightarrow p(A) = 0,7$

Donc $\boxed{p(A) = p(B) = 0,7}$

b) On a $p(A \cap B) = 0,5$

$p(A) \times p(B) = 0,7 \times 0,7 = 0,49 \neq 0,5$

Ainsi A et B ne sont pas indépendants.

2) a) $U = \bar{A}$ donc $p(U) = 1 - p(A)$

$= 1 - 0,7 = \boxed{0,3}$

b) $V = \bar{A} \cap \bar{B}$

$= \overline{A \cup B}$

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

$p(V) = p(\overline{A \cup B})$

$= 1 - p(A \cup B)$

$= 1 - 0,9 = \boxed{0,1}$

c) $W = \bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$

$p(W) = p(\overline{A \cap B})$

$= 1 - p(A \cap B)$

$= 1 - 0,5 = \boxed{0,5}$

d) $Y = (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$

$p(Y) = p((\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B}))$

$= p(\bar{A} \cap B) + p(A \cap \bar{B}) - p((\bar{A} \cap B) \cap (A \cap \bar{B}))$

$= p(B) - p(B \cap A) + p(A) - p(A \cap B)$

$= 2(p(A) - p(A \cap B))$

$= 2(0,7 - 0,5) = \boxed{0,4}$

e) $Z = \bar{B}/A$

$p(Z) = p(\bar{B}/A)$

$= \dfrac{p(\bar{B} \cap A)}{p(A)}$

$= \dfrac{p(A) - p(A \cap B)}{p(A)} = \dfrac{0,7 - 0,5}{0,7} = \boxed{\dfrac{2}{7}}$